$\langle p|x\rangle = (2\pi\hbar)^{-1/2} e^{-\frac{i}{\hbar}px}$

Ecuación de Schrödinger

De $\quad i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \hat{H}|\Psi(t)\rangle$ con $\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + V(\hat{X})$

Al escribir en representación $\{|x\rangle\}$.

llegamos a $\quad i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\Psi(x,t)$

En $\{|p\rangle\}$

CT D_{II}

Ec de Schrödinger en $\vec{p}$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\langle\vec{p}|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{2m}\langle\vec{p}|P^2|\Psi(t)\rangle + \langle\vec{p}|\underbrace{V(\vec{R})}_{\int d^3p'|p'\rangle\langle p'|}|\Psi(t)\rangle$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\bar{\Psi}(\vec{p},t) = \left(\frac{p^2}{2m}\bar{\Psi}(\vec{p},t) + \int\langle\vec{p}|\underbrace{V(\vec{R})}_{\int d^3r|r\rangle\langle r|}|\vec{p}'\rangle\bar{\Psi}(\vec{p}',t)d^3p'\right)$$

$\int d^3r'|r'\rangle\langle r'|$ (este no es tan necesario)

$$\iiint\underbrace{\langle\vec{p}|\vec{r}\rangle}_{(2\pi\hbar)^{-3/2}e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}}}\langle r|V(R)|r'\rangle\langle r'|p'\rangle\Psi(\vec{p}',t)d^3p'\,d^3r\,d^3r'$$

$$(2\pi\hbar)^{-3}\int e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{r}-\vec{p}'\cdot\vec{r}')}V(r)\delta(\vec{r}-\vec{r}')\Psi(\vec{p}',t)d^3p'\,d^3r\,d^3r'$$

transformada de Fourier

$$(2\pi\hbar)^{-3}\int e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}-\vec{p}')\vec{r}}V(r)\,d^3r\;\Psi(\vec{p}',t)d^3p' = (2\pi\hbar)^{-3/2}\int\bar{V}(\vec{p}-\vec{p}')\Psi(\vec{p}',t)d^3p'$$

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\bar{\Psi}(\vec{p},t) = \left(\frac{p^2}{2m}\bar{\Psi}(\vec{p},t) + (2\pi\hbar)^{-3/2}\int\bar{V}(\vec{p}-\vec{p}')\Psi(\vec{p}',t)d^3p'\right)}$$

Ec de Schröd en la base de $\{|\vec{p}\rangle\}$.

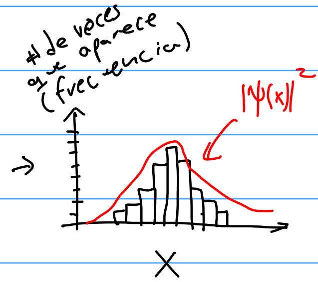
$[\hat{X},\hat{Y}] = ?$ (en 3D)

$$\langle\varphi|[X,Y]|\psi\rangle = \int d^3r\,\varphi^*(\vec{r})\left(\langle\vec{r}|\hat{X}\hat{Y}-\hat{Y}\hat{X}|\psi\rangle\right)$$

$$= \int d^3r\,\varphi^*(\vec{r})\left(\cancel{xy\psi(\vec{r})-yx\psi(\vec{r})}\right)$$

es calares

- Cuantización de cantidades físicas. El tercer postulado explica por qué obtenemos cuantización de ciertas canitdades que medimos como la energía de los átomos pero no implica que todas las canitdades están cuantizadas pues hay observables con espectro continuo. No vamos a hacer suposiciones a priori de la cuantización de los observables. Resolver la ecuación de Schrödinger nos dará eso.



- Dada la naturaleza probabilística de los postulados su verificabilidad depende de la realización repetida de N experimentos idénticos. Las prediciones se asemejarán a la realidad cuando $N \to \infty$. Como N siempre será finito entonces debemos usar lenguaje estadístico para interpretar los resultados. (Por eso $\bar{X}$ y σ_X).

$\bar{X}$ es el centro de masa

- El valor promedio de un observable A de un sistema en estado $|\psi\rangle$ que denotaremos por $\langle A\rangle_\psi$ o simplemente $\langle A\rangle$ se define como el promedio de los resultados obtenidos cuando un número grande de mediciones N son realizadas en sistemas en el estado $|\psi\rangle$.
- ¿Cómo calculamos $\langle A\rangle_\psi$? promedio sobre el # de repeticiones del experimento

σ_X es el ancho (momento de inercia) $\int x^2 \rho(x)$

- Consideremos a A como un observable con espectro discreto y no degenerado.
  - Tras realizar N mediciones de A de sistemas en el estado **normalizado** $|\psi\rangle$ obtendremos el eigenvalor a_n un total de $\mathcal{N}(a_n)$ veces donde

$$\frac{\mathcal{N}(a_n)}{N} \underset{N\to\infty}{\to} \mathcal{P}(a_n)$$

y $\sum_n \mathcal{N}(a_n) = N$

  - El valor promedio de los resultados es la suma de los valores obtenidos dividida entre el total de mediciones

$$\begin{aligned}
\langle A\rangle_\psi &= \frac{1}{N}\sum_n a_n \mathcal{N}(a_n) \\
&= \sum_n a_n \mathcal{P}(a_n) \\
&= \sum_n a_n |\langle u_n|\psi\rangle|^2 \\
&= \sum_n a_n \langle\psi|u_n\rangle \langle u_n|\psi\rangle \\
&= \langle\psi| \left[\sum_n a_n |u_n\rangle\langle u_n|\right] |\psi\rangle \\
&= \langle\psi|A|\psi\rangle
\end{aligned}$$

- Si $|\psi\rangle$ no está normalizado entonces $\langle A\rangle_\psi = \frac{\langle\psi|A|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle}$

platicar sobre normalizar $|\psi\rangle$

- En la práctica, para calcular $\langle A\rangle_\psi$ explicitamente nos suituamos en una representación en particular. Por ejemplo:

$$\langle X\rangle_\psi = \int \mathrm{d}^3 r\, \psi^*(\mathbf{r}) x \psi(\mathbf{r})$$

$$\langle P_x\rangle_\psi = \int \mathrm{d}^3 r\, \psi^*(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\psi(\mathbf{r})\right]$$